

"No one writing on question paper except Roll Number, otherwise it shall be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules."

"जबकि यह प्रश्नपेपर पर किसी भी अलिंगन कुछ भी न लिखे, अन्यथा वह अद्यतेह साधने के रद्दों में जायेगा तथा नियमों के अनुसार कारबाह के जरूरी"

Roll No. ....

B.Sc. B.Ed. (II)

5055

Maths. I

B.Sc. B.Ed. (Second Year)

EXAMINATION - 2022

MATHEMATICS

Paper - I

Co-ordinate Geometry of 3-Dimensions and  
Vector Calculus

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 60

- Note :- (1) The question paper is divided into three parts i.e.  
Part A, B and C.
- (2) **Part A** - This Part will consist of 10 compulsory questions. Answer to each question shall be limited up to 30 words. There will be two questions from

each Unit. Each Question carries 1 mark.  
( $10 \times 1 = 10$  marks)

(3)

**Part B** - This Part will consist of 10 questions. Two questions from each Unit. The students will answer FIVE questions. There will be an internal choice in each Unit. Each question carries 4 marks.  
( $5 \times 4 = 20$  marks)

(4)

**Part C** - This Part will consist of five questions. One question from each unit. The students are required to attempt any three questions. Each question carries 10 marks. ( $3 \times 10 = 30$  marks)

: (1)

प्रश्न-पत्र तीन भागों में विभाजित होगा, भाग (अ), भाग (ब)  
तथा भाग (स)।

(2)

भाग (अ) में कुल दस प्रश्न होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का  
होगा तथा प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न होंगे, सभी प्रश्न करने  
अनिवार्य हैं। प्रश्नों के उत्तर की शब्द सीमा 30 शब्द होगी।  
( $10 \times 1 = 10$  अंक)

(3)

भाग (ब) में कुल 10 प्रश्न होंगे उनमें से कुल 5 प्रश्न करने  
हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है। प्रत्येक इकाई में से दो प्रश्न  
होंगे जिसमें से एक करना अनिवार्य है। ( $5 \times 4 = 20$  अंक)

(4)

भाग (स) में कुल 5 प्रश्न होंगे, प्रत्येक इकाई में से 1 प्रश्न  
पूछा जायेगा जिसमें से कुल तीन प्रश्नों का उत्तर देना  
अनिवार्य होगा। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का होगा।  
( $3 \times 10 = 30$  अंक)

5055 / 1500 / 10

(1)

P.T.O.

<https://www.jnvuonline.com>

/ 1500 / 10

(2)

Contd....

<https://www.jnvuonline.com>

**Part-A****भाग-अ**

1. (a) Find limiting point of a coaxial system.

समाक्ष निकाय के सीमान्त बिन्दु ज्ञात कीजिए।

- (b) Define Reciprocal Cone.

व्युक्ति शंकु को परिभाषित कीजिए।

- (c) Write the condition that the plane  $lx + my + nz = p$  may touch the ellipsoid  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ .

प्रतिबन्ध लिखिए कि समतल  $lx + my + nz = p$  दीर्घवृत्तज  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  का स्पर्शतल हो।

- (d) Define Polar lines.

ध्रुवीय रेखाओं को परिभाषित कीजिए।

- (e) Define Conjugate Diametral Plane.

संयुग्मी व्यासंग समतल को परिभाषित कीजिए।

- (f) To find the equation of the normal at the point  $(x_1, y_1, z_1)$  of the paraboloid  $ax^2 + by^2 = 2cz$ .

परवलयज  $ax^2 + by^2 = 2cz$  के बिन्दु  $(x_1, y_1, z_1)$  पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (g) Prove that two real umbilics of a paraboloid.

सिद्ध कीजिए कि परवलयज के दो वास्तविक शून्य वृत्तक होते हैं।

- (h) Define Circular Sections.

वृत्तीय परिच्छेद को परिभाषित कीजिए।

- (i) If  $\mathbf{r} = xi + yj + zk$ , then prove that  $\text{grad } \mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}}$ .

यदि  $\mathbf{r} = xi + yj + zk$ , तब सिद्ध कीजिए कि  $\nabla \mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}}$ .

- (j) Prove that  $\nabla^2(\phi\psi) = \phi\nabla^2\psi + 2\nabla\phi \cdot \nabla\psi + \psi\nabla^2\phi$ .

सिद्ध कीजिए  $\nabla^2(\phi\psi) = \phi\nabla^2\psi + 2\nabla\phi \cdot \nabla\psi + \psi\nabla^2\phi$ .

**Part-B****भाग-ब****Unit-I / इकाई-I**

2. (a) A plane passes through a fixed point  $(a, b, c)$  and cut the axes A, B, C. Show that the locus of the centre of the sphere OABC is :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

एक समतल स्थिर बिन्दु  $(a, b, c)$  से गुजरता है एवं निर्देशी अक्षों को बिन्दु A, B, C पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि गोले OABC के केन्द्र का बिन्दुपथ है :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

## OR / अथवा

- (b) If  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  represents one of the three mutually perpendicular generators of the cone  $5yz - 8xz - 3xy = 0$ . Find the equations of the other two.

यदि  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  शंकु  $5yz - 8xz - 3xy = 0$  के तीन परस्पर समकोणिक जनकों में से एक है तो अन्य दो जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

## Unit-II / इकाई-II

3. (a) To find the equations of the tangent plane at the point  $(x_1, y_1, z_1)$  of the central conicoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ .

केन्द्रीय शांकवज  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  के बिन्दु  $(x_1, y_1, z_1)$  पर स्पर्श समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

## OR / अथवा

- (b) To find the locus of the chords of the central conicoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  which are bisected at the point  $(x_1, y_1, z_1)$ .

केन्द्रीय शांकवज  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  की जीवाओं का बिन्दुपथ ज्ञात करना जो बिन्दु  $(x_1, y_1, z_1)$  पर समद्विभाजित होती है।

## Unit-III / इकाई-III

4. (a) To show that the six normals from  $(x_1, y_1, z_1)$  to the ellipsoid  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  lie on a cone of the second degree.

प्रदर्शित करना कि दीर्घवृत्तज पर बिन्दु  $(x_1, y_1, z_1)$  से खीची गई अभिलम्ब एक शंकु पर स्थित होती है।

## OR / अथवा

- (b) Find the locus of the point of intersection of three mutually perpendicular tangent planes to the paraboloid  $ax^2 + by^2 = 2cz$ .

परवलयज  $ax^2 + by^2 = 2cz$  पर तीन परस्पर लम्बवत् स्पर्श तलों के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

## Unit-IV / इकाई-IV

5. (a) Prove that the section of the conicoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  by a tangent plane to the cone  $\Sigma x^2/(b+c) = 0$  is a rectangular hyperbola.

सिद्ध कीजिए कि शंकवज  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  का शंकु  $\sum x^2 / (b+c) = 0$  के स्पर्श तल द्वारा परिच्छेद आयतीत अतिपरवलय है।

### OR / अथवा

- (b) Find the real circular sections of the surface :

$$4x^2 + 2y^2 + z^2 + 3yz + zx = 1$$

निम्न पृष्ठ के वास्तविक वृत्तीय परिच्छेद ज्ञात कीजिए :

$$4x^2 + 2y^2 + z^2 + 3yz + zx = 1$$

### Unit-V / इकाई-V

6. (a) If  $\frac{da}{dt} = c \times a, \frac{db}{dt} = c \times b,$

show that  $\frac{d}{dt}(a \times b) = c \times (a \times b)$

यदि  $\frac{da}{dt} = c \times a, \frac{db}{dt} = c \times b$  दिखाइये कि

$$\frac{d}{dt}(a \times b) = c \times (a \times b)$$

### OR / अथवा

- (b) Prove that :

$$\text{Curl } (\mu a) = (\text{grad } \mu) \times a + \mu \text{curl } a$$

$$\nabla \times (\mu a) = (\nabla \mu) \times a + \mu (\nabla \times a)$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\text{Curl } (\mu a) = (\text{grad } \mu) \times a + \mu \text{curl } a$$

$$\nabla \times (\mu a) = (\nabla \mu) \times a + \mu (\nabla \times a)$$

### Part-C

#### भाग-स

7. If any tangent plane to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  cuts the coordinate axes at A, B, C; respectively, then prove that the locus of the point of intersection of the planes drawn parallel to the coordinate planes through A, B, C is :

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2 = \bar{r}^2$$

गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  के किसी बिन्दु पर खीचा गया स्पर्श समतल निर्देशी अक्षों को A, B, C पर कटता है। सिद्ध कीजिए कि A, B, C में निर्देशी समतलों के समान्तर खीचे गए समतलों के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ है :

$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2 = \bar{r}^2$$

8. Prove that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  to any of the tangent planes is :

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$$

दीर्घवृत्तज  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  के स्पर्शतल पर केन्द्र से लम्ब डाला गया है। सिद्ध कीजिए कि लम्ब के पाद का बिन्दु पथ है :

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2$$

9. Prove that the feet of the six normals from  $(\alpha, \beta, \gamma)$  to the ellipsoid  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  lie on the curve of intersection of the ellipsoid and the cone  $\sum \frac{a^2(b^2 - c^2)\alpha}{x} = 0$ .

सिद्ध कीजिए कि  $(\alpha, \beta, \gamma)$  से दीर्घवृत्तज  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$  पर खींची छः अभिलम्बों के पाद दीर्घवृत्तज तथा शंकु  $\sum \frac{a^2(b^2 - c^2)\alpha}{x} = 0$  के प्रतिच्छेद वक्र पर स्थित है।

10. Planes are drawn through a fixed point  $(\alpha, \beta, \gamma)$  so that their sections of the paraboloid  $ax^2 + by^2 = 2cz$  are

rectangular hyperbolae. Prove that they touch the following cone .

$$\frac{(x - \alpha)^2}{b} + \frac{(y - \beta)^2}{a} + \frac{(z - \gamma)^2}{a+b} = 0$$

एक स्थिर बिन्दु  $(\alpha, \beta, \gamma)$  से खींचे समतलों द्वारा परवलयज  $ax^2 + by^2 = 2cz$  के प्रतिच्छेद आयतीन अतिपरवलय है; तो सिद्ध कीजिए कि वे निम्न शंकु को स्पर्श करते हैं :

$$\frac{(x - \alpha)^2}{b} + \frac{(y - \beta)^2}{a} + \frac{(z - \gamma)^2}{a+b} = 0$$

11. To prove that :  $\nabla \times (\nabla \times a) = \nabla(\nabla \cdot a) - \nabla^2 a$ .

सिद्ध कीजिए कि :  $\nabla \times (\nabla \times a) = \nabla(\nabla \cdot a) - \nabla^2 a$ .

--X--