

“प्रश्न-पत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी न लिखें, अन्यथा इसे अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमों के अनुसार कार्यवाही की जायेगी।”

“ Do not write anything on question-paper except Roll Number. otherwise it shall be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules.”

Roll No.

B.Sc./B.A. (F)

1624

Maths. III

**B.Sc./B.A. (Final) Examination of the
Three-Year Degree Course, 2024**

MATHEMATICS

**Third Paper
Mechanics-II**

(Dynamics of Rigid Bodies and Hydrostatics)

Time Allowed : **Three Hours**

Maximum Marks : **75**

Part-A

भाग-अ

Note : 1. The questions of Part-A are compulsory. The answers of these questions are limited up to 30 words each. Each question carries 02 marks.

1624 / 2500 / 10

(1)

P.T.O.

<https://www.jnvuonline.com>

Part-A

भाग-अ

1. (a) Define Equipomental Bodies.
समआघूर्ण पिण्ड को परिभाषित कीजिये।
- (b) Define Product of Inertia.
जड़त्व-गुणन को परिभाषित कीजिये।
- (c) Define Simple Equivalent Pendulum.
तुल्य सरल लोलक को परिभाषित कीजिये।
- (d) Define total kinetic energy of a rigid body moving in two dimensions.
द्विविम गतिशील दृढ़ पिण्ड की सम्पूर्ण गतिज ऊर्जा को परिभाषित कीजिये।
- (e) Define Specific Gravity.
आपेक्षिक घनत्व को परिभाषित कीजिये।
- (f) Define whole fluid pressure on a plane surface.
समतलीय पृष्ठ पर सम्पूर्ण तरल दाब को परिभाषित कीजिये।
- (g) Define Centre of Buoyancy.
उत्प्लावन-केन्द्र को परिभाषित कीजिये।

1624 / 2500 / 10

(3)

P.T.O.

<https://www.jnvuonline.com>

(h) Define Resultant Vertical Thrust.

परिणामी ऊर्ध्वाधर प्रणोद को परिभाषित कीजिये।

(i) Define Meta Centre.

आप्लव केन्द्र को परिभाषित कीजिये।

(j) Define Volume immersed.

निमज्जित आयतन को परिभाषित कीजिये।

Part-B

भाग-ब

Unit-I / इकाई-I

2. (a) Find the M.I. of a uniform triangular lamina about one side.

एकसमान त्रिभुज-पटल का एक भुजा के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

OR / अथवा

(b) Find the M.I. of a right circular cylinder of radius a and mass m about its axis.

एक लम्बवृत्तीय बेलन जिसकी त्रिज्या a तथा संहति M हो. तो उसके अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

Unit-II / इकाई-II

3. (a) A rectangular plate swings in a vertical plane about one of its corners. If its period is one second, find the length of the diagonal.

एक आयताकार पटल अपने एक शीर्ष के सापेक्ष ऊर्ध्वाधर तल में दोलन करती है। यदि इसका आवर्तकाल एक सेकण्ड हो, तो इसके विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

OR / अथवा

(b) A solid homogeneous cone of height h and vertical angle 2α oscillates about a horizontal axis through its vertex. Show that the length of the simple equivalent

pendulum is $\frac{1}{5}(\tan^2 \alpha + 4)h$.

एक ठोस एकसमान शंकु जिसकी ऊँचाई h तथा ऊर्ध्वाधर शीर्ष कोण 2α है, अपने शीर्ष में से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष दोलन करता है। प्रदर्शित कीजिये कि तुल्य सरल लोलक की

लम्बाई $\frac{1}{5}(\tan^2 \alpha + 4)h$ है।

Unit-III / इकाई-III

4. (a) Prove that the pressure at the centre of gravity of a triangular lamina wholly immersed in a homogeneous liquid in any manner, is one-third the sum of the pressure at the angular points.

1624 / 2500 / 10

(4)

Contd....

1624 / 2500 / 10

(5)

P.T.O.

सिद्ध कीजिये कि एक समांगी द्रव में किसी भी प्रकार पूर्णतया निमज्जित त्रिभुजाकार पट के गुरुत्व केन्द्र पर दाब उसके शीर्षों पर दाबों के योग का एक-तिहाई होता है।

OR / अथवा

- (b) A mixture contains two substances in the proportion $a : b$ by volume and $c : d$ by weight. Prove that the ratio of the densities of the substances are $bc : ad$.

एक मिश्रण में दो पदार्थों के आयतनों का अनुपात $a : b$ तथा उनके भारों का अनुपात $c : d$ है। सिद्ध कीजिये कि उन पदार्थों के घनत्व में $bc : ad$ अनुपात है।

Unit-IV / इकाई-IV

5. (a) Prove that the depth of the centre of pressure of a trapezium immersed in water with the side a in the free surface and the parallel side b at a depth h below

the surface is $\left(\frac{a + 3.b}{a + 2.b}\right) \cdot \frac{h}{2}$.

एक समलम्ब चतुर्भुज जल में इस प्रकार डुबाया गया है कि भुजा 'a' मुक्त-पृष्ठ में और समान्तर भुजा 'b' मुक्त-पृष्ठ से नीचे h गहराई पर है। सिद्ध कीजिये कि इसके दाब-केन्द्र की गहराई

$\left(\frac{a + 3.b}{a + 2.b}\right) \cdot \frac{h}{2}$ है।

OR / अथवा

- (b) A parabolic lamina is held vertically under a fluid of uniform density such that the latus rectum is in the free surface. Find the centre of pressure.

एक परवलयिक पटल किसी एक समघनत्व के तरल के ऊर्ध्वाधरतः इस प्रकार स्थित है कि नाभिलम्ब मुक्त-पृष्ठ में है। दाब केन्द्र ज्ञात कीजिये।

Unit-V / इकाई-V

6. (a) A cylinder of specific gravity σ floats with its axis vertical partly in one fluid of specific gravity σ_1 and partly in another specific gravity σ_2 . Show that the common surface divides the axis in the ratio of $\sigma - \sigma_2 : \sigma_1 - \sigma$.

एक बेलन जिसका आपेक्षिक घनत्व σ है तथा अक्ष ऊर्ध्वाधर अंशतः आपेक्षिक घनत्व σ_1 तथा σ_2 के द्रव में तैरता है तो सिद्ध करो कि उभयनिष्ठ घरातल बेलन के अक्ष को $\sigma - \sigma_2 : \sigma_1 - \sigma$ के अनुपात में विभाजित करता है।

OR / अथवा

- (b) If w_1, w_2, w_3 be the apparent weights of a given body in fluids whose specific gravities are S_1, S_2, S_3 respectively, then show that :

$$W_1 (S_2 - S_3) + W_2 (S_3 - S_1) + W_3 (S_1 - S_2) = 0$$

यदि किसी निर्दिष्ट पिण्ड के विशिष्ट घनत्व S_1, S_2, S_3 के तरलों

में आधारसी भार क्रमशः w_1, w_2, w_3 है, तो दिखाओ कि
 $W_1 (S_2 - S_3) + W_2 (S_3 - S_1) + W_3 (S_1 - S_2) = 0$

Part-C

भाग-स

7. Find the product of inertia of an elliptic quadrant about the axis of the ellipse.

एक दीर्घवृत्तीय के एक चतुर्थांश पाद का दीर्घवृत्त के अक्षों के परितः जड़त्व-गुणनफल ज्ञात कीजिये।

8. A uniform rod of mass m and length $2a$ can oscillate about a horizontal axis through one end. A circular disc of mass $24m$ and radius $a/3$ can have its centre clamped to any point of the rod and its plane contains the axis of rotation. Show that for oscillation under gravity, the length of the simple equivalent pendulum lies between $a/2$ and $2a$.

एक $2a$ लम्बाई तथा m द्रव्यमान वाली एकसमान छड़ अपने एक सिरे से गुजरने वाली क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष दोलन कर सकती है। एक $24m$ द्रव्यमान तथा $a/3$ त्रिज्या की वृत्ताकार चकती का केन्द्र छड़ के किसी बिन्दु से सम्बद्ध किया जा सकता है तथा इसका तल घूर्णन अक्ष को समाविष्ट करता है। प्रदर्शित कीजिये कि गुरुत्वाकर्षण के अन्तर्गत दोलन के लिये तुल्य सरल लोलक की लम्बाई $a/2$ तथा $2a$ के मध्य होगी।

1624 / 2500 / 10

(8)

Contd.....

9. A hollow weightless hemisphere, filled with liquid is suspended freely from a point in the rim of its base. Show that the thrust on the plane base is to the weight of the contained liquid as $12 : \sqrt{73}$.

एक खोखला भारहीन अर्ध गोला द्रव से भरा है और अपने आधार के किनारे (रिम) के किसी बिन्दु से स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाना गया है। प्रदर्शित कीजिये कि इसके समतल आधार पर दाब तथा इसके अन्दर के द्रव के भार का अनुपात $12 : \sqrt{73}$ है।

10. A solid cone is just immersed with generating line the surface of the liquid, if θ be the inclination to the vertical of the resultant pressure on the curved surface, prove that

$$(1 - 3\sin^2\alpha) \tan\theta = 3\sin\alpha\cos\alpha,$$

2α being the vertical angle of the cone.

एक ठोस शंकु को द्रव में इस प्रकार निमज्जित किया गया है कि उसकी एक जनक रेखा जल के मुक्त पृष्ठ पर है। सिद्ध कीजिये कि वक्र पृष्ठ पर परिणामी प्रणोद का ऊर्ध्वाधर से झुकाव θ हो, तो

$$(1 - 3\sin^2\alpha) \tan\theta = 3\sin\alpha\cos\alpha,$$

जहाँ 2α शंकु का शीर्ष कोण है।

11. A solid cone, of semivertical angle α specific gravity σ floats in equilibrium in the liquid of specific gravity ρ , with its vertical

1624 / 2500 / 10

(9)

P.T.O.

and vertex downwards. Determine the condition for which the equilibrium is stable.

एक ठोस शंकु, जिसका अर्ध शीर्ष कोण α , ऊँचाई h और विशिष्ट घनत्व σ है, एक द्रव में जिसका विशिष्ट घनत्व ρ है, इस प्रकार संतुलन में तैर रहा है कि उसका अक्ष ऊर्ध्वाधर है। वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिये जिसके अंतर्गत संतुलन स्थायी है।

--X--