

"Do not write anything on question-paper except Roll Number, otherwise it shall be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules."

"प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर के अतिरिक्त कुछ भी न लिखें, अन्यथा इसे अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमानुसार कार्यवाही की जायेगी।"

Roll No.

B.Sc./ B.A. - (Sem.-I)

Mathematics - I

10007 NEP

**Bachelor of Science / Arts Semester-I,
Examination, 2024**

(According to National Education Policy-2020)

MATHEMATICS

DCC - MAT5001T

CALCULUS

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 70

Part-A

भाग-अ

Note : 1. The questions of Part-A are compulsory. The

10007 NEP / 3000 / 8 (1)

P.T.O.

<https://www.jnvuonline.com>

answers of these questions are limited upto 30 words each. Each question carries 02 marks.

भाग-अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। इन प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 30 शब्दों तक सीमित हैं। प्रत्येक प्रश्न 02 अंक का है।

Part-B

भाग-ब

2. Attempt FIVE questions in all, selecting ONE question either (a) or (b) from each unit. The answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.

प्रत्येक इकाई से (a) अथवा (b) में से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल मिलाकर पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों तक सीमित होगा। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है।

Part-A

भाग-अ

1. (i) Write the formula for angle between the radius vector and tangent.
ध्रुवांतर रेखा और स्पर्श रेखा के मध्य कोण के लिये सूत्र लिखिये।
(ii) Find the radius of curvature at the point (s, ψ) on the curve $s = a \log (\sec \psi + \tan \psi)$.

10007 NEP / 3000 / 8 (2)

Contd.....

<https://www.jnvuonline.com>

वक्र $s = a \log (\sec \psi + \tan \psi)$ के बिंदु (s, ψ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

(iii) If $z = x^2y + y^3$, where $x = \log t$, $y = e^t$, then find the value of (dz / dt) .

यदि $z = x^2y + y^3$, जहाँ $x = \log t$, $y = e^t$ तो (dz / dt) का मान ज्ञात कीजिये।

(iv) Give criteria for extreme values of the function $f(x, y)$.

फलन $f(x, y)$ के चरम मान की कसौटी दीजिये।

(v) Define asymptote.

अनंतस्पर्शी को परिभाषित कीजिये।

(vi) Define Envelope.

अन्वालोप को परिभाषित कीजिये।

(vii) Change the order of integration of the following double integral :

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dy dx$$

निम्न द्वि-समाकलन का क्रम बदलिये :

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dy dx$$

(viii) Evaluate :

$$\int_0^\pi \int_0^{a \cos \theta} r dr d\theta$$

मान ज्ञात कीजिये :

$$\int_0^\pi \int_0^{a \cos \theta} r dr d\theta$$

(ix) If $f = (ax + 3y + 4z) i + (x - 2y + 3z) j + (3x + 2y - z) k$ is a solenoidal vector, then find the value of a .

यदि $f = (ax + 3y + 4z) i + (x - 2y + 3z) j + (3x + 2y - z) k$ एक परिनालिकीय सदिश हो, तो a का मान ज्ञात कीजिये।

(x) State Stoke's theorem.

स्टोक्स की प्रमेय का कथन कीजिये।

Part-B

भाग-ब

Unit-I / इकाई-I

1. (a) Show that the pedal equation of the curve $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ is given by $r^2 = a^2 - 3p^2$.
प्रदर्शित कीजिये कि वक्र $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ की पदिक समीकरण $r^2 = a^2 - 3p^2$ द्वारा दिया जाता है।

10007 NEP / 3000 / 8

(4)

Contd....

OR / अथवा

- (b) Show that at any point on the equiangular spiral $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, the radius of curvature $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$, and that it subtends a right angle at the pole.

सिद्ध कीजिये की समान कोणिक सर्पिल $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ के किसी बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ होती है तथा यह ध्रुव पर समकोण बनाती है।

Unit-II / इकाई-II

2. (a) If $\theta = t^n e^{-r^2/4t}$, find the value of n for which

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

यदि $\theta = t^n e^{-r^2/4t}$, n का मान ज्ञात कीजिये जिससे कि

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

OR / अथवा

- (b) Prove that out of all rectangular parallelepiped of the same volume, the cube has minimum surface.

सिद्ध कीजिये कि दिये हुए आयतन वाले सभी आयतफलों में घन न्यूनतम पृष्ठ वाला होता है।

Unit-III / इकाई-III

3. (a) Trace the following curve :

$$y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2)$$

निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिये :

$$y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2)$$

OR / अथवा

- (b) Find the perimeter of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$. Also show that the upper half arc of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ is bisected by the line $\theta = \frac{\pi}{3}$.

हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ का परिमाप ज्ञात कीजिये। साथ ही प्रदर्शित कीजिये कि हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ का ऊपरी अर्ध चाप रेखा $\theta = \frac{\pi}{3}$ द्वारा विभाजित होता है।

Unit-IV / इकाई-IV

4. (a) The ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ revolves round its major

10007 NEP / 3000 / 8

(6)

Contd.....

P.T.O.

axis. Find the surface area of the prolate spheroid generated.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, दीर्घ-अक्ष के सापेक्ष घूमता है। परिक्रमण

दीर्घाक्ष गोलाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

OR / अथवा

- (b) Evaluate the following integral by changing to polar coordinates :

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} \, dx \, dy$$

निम्न समाकल को ध्रुवीय निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिये :

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} \, dx \, dy$$

Unit-V / इकाई-V

5. (a) Verify Gauss divergence theorem for $F = xyi + z^2j + 2yzk$ on the tetrahedron $x = y = z = 0, x + y + z = 1$.

चतुष्फलक $x = y = z = 0, x + y + z = 1$ पर $F = xyi + z^2j + 2yzk$ के लिये गाउस अपसरण प्रमेय का सत्यापन कीजिये।

OR / अथवा

- (b) Evaluate by Green's theorem $\int_C (e^{-x} \sin y \, dx + e^{-x} \cos y \, dy)$, where C is the rectangle with vertices $(0, 0), (\pi, 0), (\pi, \pi/2)$ and $(0, \pi/2)$. Hence verify Green's theorem.

ग्रीन प्रमेय के द्वारा $\int_C (e^{-x} \sin y \, dx + e^{-x} \cos y \, dy)$ का मान ज्ञात कीजिये, जहाँ C , एक आयत है जिसके शीर्ष $(0, 0), (\pi, 0), (\pi, \pi/2)$ और $(0, \pi/2)$ हैं। अतः ग्रीन प्रमेय का सत्यापन कीजिये।

--X--

<https://www.jnvuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें.

Paytm or Google Pay से