

"Do not write anything on question-paper except Roll Number, otherwise it shall be deemed as an act of indulging in unfair means and action shall be taken as per rules."

“प्रश्न-पत्र पर क्रमांक (रोल नम्बर) के अतिरिक्त कुछ भी न लिखें, अन्यथा इसे अनुचित साधनों का प्रयोग माना जायेगा तथा नियमों के अनुसार कार्यवाही की जायेगी।”

Roll No.

B.A./B.Sc. (I)

1519

Maths. I

B.A./B.Sc. (PART - I) EXAMINATION - 2020

MATHEMATICS

FIRST PAPER

(ALGEBRA AND CO-ORDINATE GEOMETRY
OF TWO DIMENSIONS)

Time - Three Hours

For Science Maximum Marks - 75

For Arts Maximum Marks - 65

PART - A / भाग - अ

Note:- (1) The questions of Part-A are compulsory. The answers of these questions are limited upto 30 word each. Each question carries 2 marks.

नोट:- (1) भाग-अ के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। इन प्रश्नों के उत्तर प्रत्येक 30 शब्दों तक सीमित हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

PART - B / भाग - ब

Note:- (2) Attempt FIVE questions in all, selecting ONE question either (a) or (b) from each unit. The answer of each question shall be limited upto 250 words. Each question carries 5 marks.

नोट:- (2) प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न (अ) अथवा (ब) का चयन करते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 250 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

PART - C / भाग - स

Note:- (3) Attempt THREE questions in all from this part. The answer of each question shall be limited upto 500 words. Each question carries 10 marks.

नोट:- (3) इस भाग से कुल तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 500 शब्दों का हो। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

PART - A / भाग - अ

1. (i) Write statement of Cayley-Hamilton theorem.
कैली हेमिल्टन प्रमेय का कथन लिखिए।
- (ii) Define Rank of Matrix.
मैट्रिक्स की जाति परिभाषित कीजिए।
- (iii) Find the sum and product of the equation $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0$.
समीकरण $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0$ के मूलों का योग तथा गुणन ज्ञात कीजिए।
- (iv) What do you mean by Reciprocal equation?
व्युत्क्रम समीकरण से आप क्या समझते हैं?
- (v) What do you mean by Oscillating series?
दोलायमान श्रेणी से आप क्या समझते हैं?
- (vi) Write D' alembert's Ratio test.
दालेम्बर का अनुपात परीक्षण लिखिए।

(vii) Write the polar equation of tangent at any point of conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा का ध्रुवीय समीकरण लिखिए।

(viii) Define Director circle.

नियामक वृत्त को परिभाषित कीजिए।

(ix) Write the coordinates of centre of conic

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0.$$

शांकव $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ के केन्द्र के निर्देशांक लिखिए।

(x) Find the nature of the conic represented by the equation $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$.

समीकरण $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0$ द्वारा प्रदर्शित शांकव की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

PART - B / भाग - ब

UNIT - I / इकाई - I

2. (a) Prove the following Inequality:

निम्न असमिका को सिद्ध कीजिए:

$$(n!)^3 < n^n \left\{ \frac{1}{2}(n+1) \right\}^{2n}$$

OR / अथवा

(b) Convert $\sqrt{11}$ into continued fraction.

$\sqrt{11}$ को वितत भिन्न में रूपांतरित कीजिए।

UNIT - II / इकाई - II

3. (a) Solve the equation $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2 = 0$ having given that the roots are in Harmonic progression.

समीकरण $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2 = 0$ को हल कीजिए, जबकि दिया हुआ है कि मूल हरात्मक श्रेणी में हैं।

OR / अथवा

(b) If α, β, γ be the roots of the cubic equation $x^3 + qx + r = 0$ then find the equation whose roots are $(\alpha - \beta)^2, (\beta - \gamma)^2, (\gamma - \alpha)^2$.

यदि α, β, γ त्रिघात समीकरण $x^3 + qx + r = 0$ के मूल हैं, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $(\alpha - \beta)^2, (\beta - \gamma)^2, (\gamma - \alpha)^2$ हों।

UNIT - III / इकाई - III

4. (a) Test the convergence of the following series:

निम्न श्रेणी के अभिसरण की जांच कीजिए:

$$\frac{(\log 2)^2}{2^2} + \frac{(\log 3)^2}{3^2} + \frac{(\log 4)^2}{4^2} + \dots + \frac{(\log n)^2}{n^2} + \dots$$

OR / अथवा

(b) Test the convergence of the following series:

निम्न श्रेणी के अभिसरण की जांच कीजिए:

$$\frac{2}{3.4} + \frac{2.4}{3.5.6} + \frac{2.4.6}{3.5.7.8} + \dots$$

UNIT - IV / इकाई - IV

5. (a) Find the equation of the asymptotes of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ which is a hyperbola.
शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ (अतिपरवलय) के अनन्तस्पर्शी के समीकरण ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

- (b) If PSP' be a focal chord of a conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$, prove that the angle between the tangents at P and P' is $\tan^{-1}\left(\frac{2e \sin \alpha}{1 - e^2}\right)$. Where α is the angle between the chord and the major axis.

यदि PSP' शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ की नाभीय जीवा हो, तो सिद्ध कीजिए कि P तथा P' पर स्पर्श रेखाओं के मध्य कोण $\tan^{-1}\left(\frac{2e \sin \alpha}{1 - e^2}\right)$ होगा, जहाँ α जीवा तथा दीर्घ अक्ष के मध्य कोण है।

UNIT - V / इकाई - V

6. (a) Find the asymptotes of the following hyperbola:
निम्न अतिपरवलय की अनन्तस्पर्शिया ज्ञात कीजिए:
 $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$.
- OR / अथवा
- (b) Find the equation of axis of the following parabola:

4851

5

(Contd.)

निम्न परवलय की अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए:

$$x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 1 = 0.$$

PART - C / भाग - स

7. (a) Determine the eigenvalues and eigenvectors of the matrix A , where:
मैट्रिक्स A के अभिलाक्षणिक मूल तथा संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

8. Solve the following equation by Feraari's method:
फैरारी विधि से निम्न समीकरण को हल कीजिए:
 $x^4 - 3x^3 - 6x - 2 = 0$.
9. Prove that the following series is convergent, if $p > 2$, otherwise divergent:
सिद्ध कीजिए की निम्न श्रेणी अभिसारी है, यदि $p > 2$ हो, अन्यथा अपसारी है:

$$1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^p + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right)^p + \dots$$

10. If the normals at α, β, γ on the conic $\frac{l}{r} = 1 + \cos \theta$ meet in the point (ρ, ϕ) show that $2\phi = \alpha + \beta + \gamma$.
यदि शांकव $\frac{l}{r} = 1 + \cos \theta$ के सदिश कोण α, β, γ वाले तीन बिन्दुओं पर अभिलम्ब बिंदु (ρ, ϕ) पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए $2\phi = \alpha + \beta + \gamma$.

4851

6

(Contd.)

11. Trace the following curve:

निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए:

$$x^2 + y^2 + xy + x + y - 1 = 0$$